

Hjemmeopgave 3

Løs følgende opgaver uden elektroniske regneredskaber:

- a) Lad W være udsپændt af følgende vektorer i $\mathbb{R}^3$:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 11 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Angiv en ordnet basis for W .

- b) Lad $C_\infty(\mathbb{R})$ være det reelle vektorrum fra Eksempel 10.4.5 i lærebogen. Der defineres en funktion $L : C_\infty(\mathbb{R}) \rightarrow C_\infty(\mathbb{R})$ ved $L(f) = f' + f - 1$, hvor udtrykket f' betegner den afledte funktion af f . Er L en lineær afbildning?
- c) Lad $F : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ være defineret som følger:

$$F\left(\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad v_1, v_2 \in \mathbb{C}.$$

Der gives de ordnede baser

$$\beta = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \quad \text{og} \quad \gamma = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \quad \text{for } \mathbb{C}^2.$$

Beregn afbildningsmatricen ${}_\beta[F]_\gamma$.

- d) Der vælges følgende ordnede basis for det reelle vektorrum $\mathbb{R}^{2 \times 2}$:

$$\beta = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right).$$

Givet den lineære afbildning $M : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ defineret ved

$$M(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}.$$

Beregn afbildningsmatricen ${}_\beta[M]_\beta$.

- e) Givet følgende matrix

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

Bestem matricens egenverdier samt ordnede baser for de tilhørende egenrum.

- f) Om et inhomogent lineært ligningssystem over $\mathbb{R}$ med fire ligninger og to ubekendte oplyses at

$$\mathbf{v}_p = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

er en partikulær løsning. Er vektoren $3 \cdot \mathbf{v}_p$ en løsning til systemet?

- g) Lad V være det reelle vektorrum $\mathbb{R}^{3 \times 3}$. Angiv et underrum af V af dimension 5 og gør rede for dit svar.

Opgaverne skal afleveres på kurssets **DTU Learn** side under "afleveringer". Deadline er **søndag den 23. november 23:55**.