

## Hjemmeopgave 2

Løs følgende opgaver uden elektroniske regneredskaber. Alle svar skal være motiverede og mellemregninger skal angives i passende omfang.

- a) Find samtlige komplekse løsninger til ligningen  $e^{2z} = 2 + i$ .
- b) Givet to komplekse tal  $z_1$  og  $z_2$ . Det oplyses at  $\text{Arg}(z_1) = \pi/4$  og  $\text{Arg}(z_2) = 3$ . Bestem  $\text{Arg}(-2z_1^4/z_2^{10})$ .
- c) Afgør ved hjælp af divisionsalgoritmen om polynomiet  $Z^2 - 3Z + 2$  går op i polynomiet  $Z^5 - 3Z^4 + Z^3 + 4$ .
- d) 1. Vis at tallet  $-3$  er en rod i polynomiet  $Z^3 - Z^2 + 36$ . Hvad er rodens multiplicitet?  
2. Bestem samtlige rødder i  $Z^3 - Z^2 + 36$ .
- e) Funktionen  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$  opfylder at

$$f(n) = \begin{cases} 2 & \text{hvis } n = 1 \\ f(n-1)^2 - (n-1)^2 & \text{hvis } n \geq 2 \end{cases}$$

Beregn  $f(n)$  for  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

- f) Lad  $r$  og  $s$  være to forskellige komplekse tal. Vis ved hjælp af induktion efter  $n$  at

$$r^n + r^{n-1} \cdot s + r^{n-2} \cdot s^2 + \dots + r \cdot s^{n-1} + s^n = \frac{r^{n+1} - s^{n+1}}{r - s}$$

for alle  $n \in \mathbb{N}$ .

Opgaverne skal afleveres på kursets **DTU Learn** side under "afleveringer". Deadline er **søndag den 27. oktober 23:55**.